2024 学年第二学期七年级期终测试

数学试卷 （样卷）

（试卷说明：本卷分两个部分，第一部分为必做题，满分 100 分；第二部分为选做题，满分 20 分．本卷测试时间 90 分钟.）

第一部分：必做题

一、选择题（本大题共 8 题，每题 3 分，满分 24 分）

1．下列说法中，正确的是　　　　（D）

（A）两直线平行，同旁内角相等；互补　（B）相等的角是对顶角；X

（C）同位角相等；X　（D）在同一平面上，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.

看书 2．下列命题中，在本学期学习的七年级数学课本里不被视作为公理的是　　　　（A）

平行公理

（A）对顶角相等；定理　（B）经过直线外一点，有且只有一条直线与该直线平行；

（C）同位角相等，两直线平行；公理（D）三角形任意两边的和大于第三边．

3．下列有关不等式的解法中，正确的是　　　　（D）

（A）$-x \geqslant -6$，两边同乘-1，得$x \geqslant 6$；X（B）$-x \leqslant -6$，两边同乘-1，得$x \leqslant 6$；X

（C）$2x \geqslant -8$，两边同除以-2，得$x \leqslant 4$；X　（D）$-2x \geqslant -8$，两边同除以-2，得$x \leqslant 4$．✓

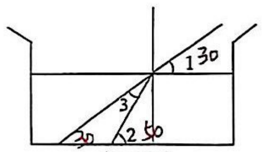
4．对于命题“如果$\angle A + \angle B = 90°$，那么$\angle A = \angle B$”，以下能用来说明这是一个假命题的反例的可以是　　　　（B）

（A）$\angle A = 45°$，$\angle B = 45°$；　（B）$\angle A = 40°$，$\angle B = 50°$；

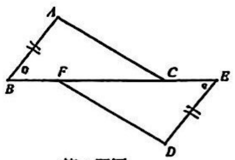
（C）$\angle A = 50°$，$\angle B = 50°$；　（D）$\angle A = 40°$，$\angle B = 40°$．

5．当光线从空气射入水中时，光线的传播方向发生了改变，这就是光的折射现象．如图，光线射入液体前与液面的夹角$\angle 1 = 30°$，经液体折射后与容器底部的夹角$\angle 2 = 50°$，那么光线因折射而形成的夹角$\angle 3$ 的度数为　　　　（C）

（A）10°；　（B）15°；　（C）20°；　（D）30°．



第 5 题图



第 6 题图

6．如图，在$\triangle ABC$和$\triangle DEF$中，点 B，F，C，E 在同一直线上，$AB = DE$，$\angle B = \angle E$．如果运用“SAS”（边角边）能判定$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，那么还需补充的条件可以是（D）

（A）$BC = DF$；（B）$\angle BFD = \angle ECA$；（C）$AC = DF$；（D）$BF = CE$．

BC=EF
或BF=EC.

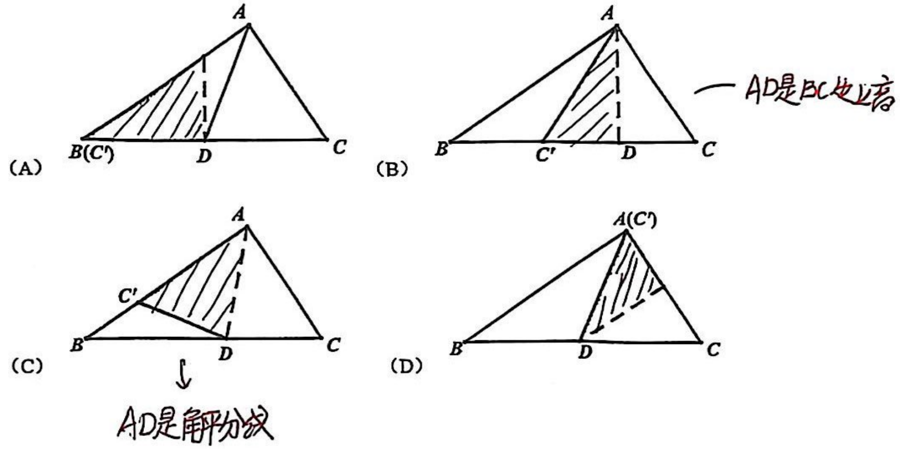
7．某食品企业准备生产销售一种外形为圆锥形状的巧克力（如图），其底面半径为 r cm，高为 h cm，母线长为 l cm．经测算，包装该巧克力的外包装纸用料是其表面积大小的 1.25 倍，那么该巧克力外包装纸用料约为　　　　（D）


第 7 题图

（A）$\frac{5}{12}\pi r^2 h$ cm²；　（B）$\frac{5}{4}\pi r l$ cm²；

（C）$\frac{5}{4}\pi r(h+l)$ cm²；　（D）$\frac{5}{4}\pi r(r+l)$ cm²．　$S_表 = \pi r^2 + \pi r l$

8．数学课上，同学们开展折纸探究活动，以下是将三角形纸片折叠的示意图．图中点 C' 的位置表示点 C 经折叠后的对应位置，阴影部分表示三角形纸片经折叠后局部重叠的部分，点 D 是折痕所在直线与边 BC 的交点．那么线段 AD 一定是$\triangle ABC$ 的中线的是　（A）



二、填空题（本大题共 11 题，第 9 至第 18 题每题 3 分，第 19 题 4 分，满分 34 分）

9．“x 与 y 的和是正数”用不等式表示为 $x+y>0$．

10．将命题“在三角形中，大角对大边”改写成“如果……，那么……”的形式是

在三角形中，如果一个内角大于另一个内角，那么较大角所对的边大于较小角所对的边

11．用不等号填空，如果$a > b$，那么$-2a+1$ < $-2b+1$（填入“>”或“<”）

12．已知圆柱的底面半径为 4，母线长为 5，该圆柱的侧面展开图的面积为 40π．（结果保留 π）

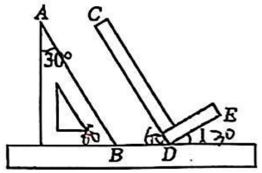
$S_侧 = 2\pi r l$

13．在$\triangle ABC$中，若$\angle A : \angle B : \angle C = 2:3:4$，则$\angle A + \angle B =$ 100 °．

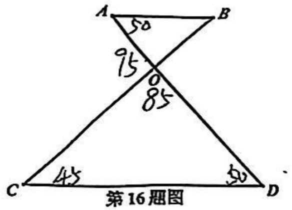
14．已知一个等腰三角形的两条边长分别为 4cm 和 9cm，则它的底边长是 4 cm．

4 4 9
4 9 9 ✓

15. 在同一平面上，将一把直尺、一把含30°角的三角尺和一把木工角尺（$CD\perp DE$）按如图所示的方式摆放．如果$AB\parallel CD$，那么$\angle 1$的度数为<u>30</u>°．



第15题图

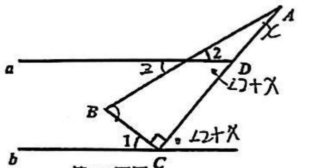


第16题图

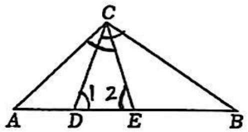
16. 如图，$AB\parallel CD$，AD与BC相交于点O，已知$\angle A=50°$，$\angle C=45°$，那么直线AD与BC的夹角等于<u>85</u>°．

17. 如图，已知直线$a\parallel b$，$\triangle ABC$的顶点C在直线b上，$\angle ACB=90°$．如果$\angle 1+\angle 2=65°$，那么$\angle A$的度数为<u>25</u>°．

$\angle B=\angle 1+\angle 2=65$



第17题图



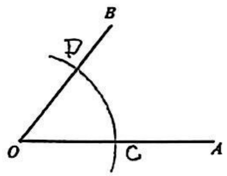
第18题图

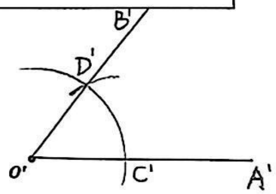
18. 如图，D、E是$\triangle ABC$的边AB上两点，$AE=AC$，$BC=BD$，如果$\angle DCE=40°$，那么$\angle ACB=$<u>100</u>°．

内角和：$\angle 1+\angle 2=140 \to \angle ACE+\angle BCD=140° \to \angle ACB=140-40=100°$

19. 请根据以下"作一个角等于已知角"的方法，用尺规作一个角$\angle A'O'B'$等于已知角$\angle AOB$（保留作图痕迹，并在合适的位置标注所有作图过程中出现过的字母）．

> (1) 以点O为圆心，任意长为半径画弧，分别交OA、OB于点C、D；
> (2) 作射线$O'A'$，以点O'为圆心，OC长为半径画弧，交$O'A'$于点C'；以点C'为圆心，CD长为半径画弧，两弧交于点D'；
> (3) 过点D'作射线$O'B'$，则$\angle A'O'B'=\angle AOB$.





上述作图方法的依据是通过判定$\triangle C'O'D'\cong\triangle COD$从而得到$\angle A'O'B'=\angle AOB$的．其中，判定$\triangle C'O'D'\cong\triangle COD$的依据是<u>SSS</u>．

三、解答题（本大题共6题，满分42分）

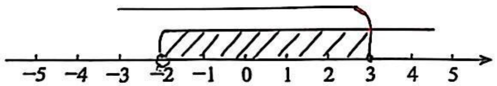
20.（本题满分5分）

解不等式组$\begin{cases} x-1<3(x+1), ① \\ \frac{1}{3}x-1\leqslant 4-\frac{4}{3}x ② \end{cases}$并将解集在数轴上表示．

解：由①得 $x>-2$　　$\therefore -2<x\leqslant 3$

由②得 $x\leqslant 3$

$\therefore$原不等式组的解集为 $-2<x\leqslant 3$.



21.（本题满分5分）

如图，已知点A、B、C、D在同一条直线上，$AE\parallel BF$，$AE=BF$．如果<u>③</u>，那么$AB=CD$．

AAS　SSA　ASA

请从①$CE\parallel DF$；②$CE=DF$；③$\angle E=\angle F$这三个选项中选择一个作为条件（在空格中填入对应序号），使结论成立，并给出证明．

证明：$\because AE\parallel BF$

$\therefore \angle A=\angle 1$

在$\triangle EAC$和$\triangle FBD$中

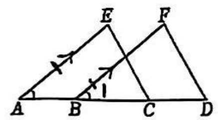
$\because \begin{cases} \angle E=\angle F \\ AE=BF \\ \angle A=\angle 1 \end{cases}$

$\therefore \triangle EAC\cong\triangle FBD(ASA)$

$\therefore AC=BD$

$\therefore AC-BC=BD-BC$

$\therefore AB=CD$



第21题图

22.（本题满分6分）

如图，已知线段MN和MN所在直线外一点A，请用尺规作图的方法，求作一个等腰直角三角形ABC，使得点B和点C均在线段MN上，且点B位于点C左侧．（作出符合题意的等腰直角三角形，保留作图痕迹，简要说明作图步骤）

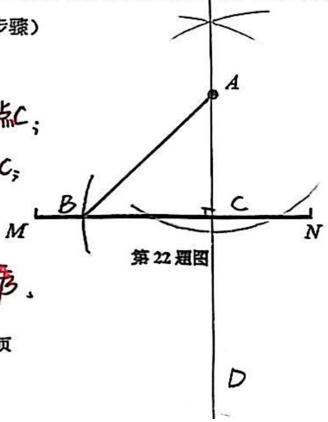
作法：

(1)过点A作线段MN的垂线AD，垂足为点C；

(2)在线段MN上，在点C左侧，截取BC=AC；

(3)联结AB.

$\therefore \triangle ABC$就是所要求作的等腰直角三角形.



第22题图

23．（本题满分 8 分，第（1）题满分 4 分，第（2）题满分 4 分）

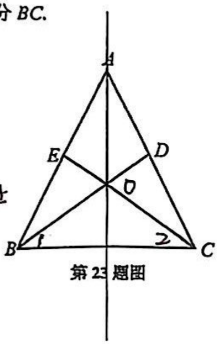
如图，已知：在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=\angle ACB$，点D、E分别在边AC、AB上，且$AD=AE$.

（1）求证：$\triangle EBC\cong\triangle DCB$；

（2）记BD、CE的交点为O，连接AO，求证：直线AO垂直平分BC.

法2：可证$\triangle ABO\cong\triangle ACO\to AO$是$\angle BAC$平分线

“三线合一”



第 23 题图

(1)证明：$\because\angle ABC=\angle ACB$

$\therefore AB=AC$

$\because AD=AE$

$\therefore AB-AE=AC-AD$

$\therefore BE=CD$

在$\triangle EBC$与$\triangle DCB$中

$\because\begin{cases}BE=CD\\ \angle ABC=\angle ACB\\ BC=CB\end{cases}$

$\therefore\triangle EBC\cong\triangle DCB$

(2) $\because\triangle EBC\cong\triangle DCB$

$\therefore\angle 1=\angle 2$

$\therefore OB=OC$

$\therefore$点O在BC垂直平分线上

$\because AB=AC$

$\therefore$点A在BC垂直平分线上

$\therefore$直线AO垂直平分BC.

24．（本题满分 9 分，第（1）题满分 6 分，第（2）题满分 3 分）

学习了“径赛跑道中的数学”之后，某校七年级学生通过测量和计算，得到了以下与学校操场跑道相关的数据（如下表）.

名称（某某学校 200 米跑道）	长度或宽度（单位：m）
第一分道（最内侧跑道）周长测量线的长度	200
分道线的宽度	0.05
一条分道的标准宽度（分道线宽度计入每条分道的宽度）	1
弯道最内侧半径	12
一侧弯道最内侧长度（两侧弯道长度相等）	①
直道长度	②

备注：第一分道（跑道）周长的测量线是距离内突沿的外沿 0.30m 处，其余各条分道的周长测量线是距离里侧分道线的外沿 0.20m 处.

（1）请根据相关数据，补齐表格内的数据（π取 3.14，结果精确到 0.1 米）：

① 38.6 ；② 61.4 .

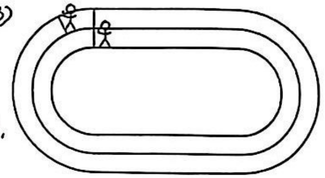
$\pi r=\pi\times(12+0.3)$　　$100-\pi\times(12+0.3)$

（2）请根据表格内的数据计算：该跑道若要举行 200 米比赛时，第二分道的起跑线与第一分道的起跑线（如图）应该相差多少？（π取 3.14，结果精确到 0.1 米）

$2\pi\times(12+1+0.2)-2\pi(12+0.3)$

$\approx 5.7m$

答：两道起跑线应该相差5.7m.


第 24 题图

25．（本题满分 9 分，第（1）题满分 4 分，第（2）题满分 5 分）

等腰

（1）如图 1，点D在$\triangle ABC$的边BC上，已知$AD\perp BC$，$BD=CD$，求证：$\angle B=\angle C$.

高　中线

证明：$\because AD\perp BC$

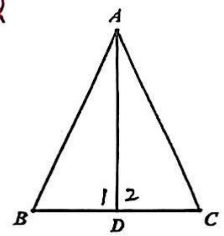
$\therefore\angle 1=\angle 2=90°$

在$\triangle ADB$与$\triangle ADC$中

$\because\begin{cases}AD=AD\\ \angle 1=\angle 2\\ BD=CD\end{cases}$

$\therefore\triangle ADB\cong\triangle ADC$ (SAS)

$\therefore\angle B=\angle C$



第 25 题图 1

（2）小明同学认为：题（1）相当于证明了“如果三角形一边上的高也是这条边上的中线，那么这个三角形一定是一个等腰三角形”；同时，他联想到了课本的例题（图 2），该例题相当于证明了“如果三角形一边上的中线也是该边所对角的平分线，那么这个三角形一定是一个等腰三角形”

例题　如图 18-2-4，已知：在$\triangle ABC$中，D是边BC的中点，$\angle 1=\angle 2$.

求证：$AB=AC$.

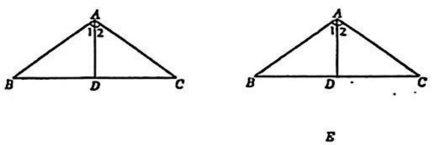
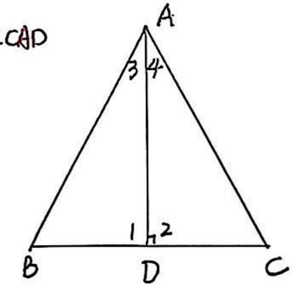


图 18-2-4　　图 18-2-5

第 25 题图 2

于是小明进一步思考，假如能继续证明："如果三角形一边上的高也是该边所对角的平分线，那么这个三角形一定是一个等腰三角形"，这样三者结合，就能推得等腰三角形的性质定理"等腰三角形三线合一"的逆命题"三线合一的三角形是等腰三角形"也是真命题.

请写出已知和求证，并用反证法证明：**如果三角形一边上的高也是该边所对角的平分线，那么这个三角形一定是一个等腰三角形.**



已知：在△ABC中，AD⊥BC，交BC于点D，∠BAD=∠CAD

求证：AB=AC.

证明：假设AB>AC

∴∠C>∠B

在△ABD中，∠1+∠3+∠B=180°

在△ACD中，∠2+∠4+∠C=180°

∴∠1+∠3+∠B=∠2+∠4+∠C

∵AD⊥BC ∴∠1=∠2

∴∠3+∠B=∠4+∠C

∵∠C>∠B

∴∠3>∠4

这与∠3=∠4矛盾

∴假设不成立

同理AB<AC亦不成立

∴AB=AC.

第二部分：选做题

26.（本题满分4分，第（1）题满分2分，第（2）题满分2分）

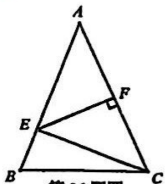
如图，在△ABC中，$AB=AC$，AC的垂直平分线分别交AB、AC于点E、F（点E不与点B重合）.

BC+BE+EC=BC+BE+EA=BC+BA=24

（1）当$AB=AC=16$，△BCE的周长为24时，底边BC的长为 8 .

（2）设$AB=AC=a$，△BCE的周长为L，若要满足题意，除了L和a都应大于0之外，请用不等式写出L和a之间应满足的不等关系 $a<L<3a$.

$BC=L-a$ $\begin{cases} L-a>0 \\ 2a>L-a \end{cases}$



第26题图

27.（本题满分4分）

某同学用尺规完成"过直线外一点作已知直线的垂线"的作法如下：

（1）任取一点K，使点K和点P分别在直线l的两侧；
（2）以点P为圆心，以PK的长为半径作弧，与直线l相交于点A和点B；
（3）分别以A、B为圆心，AP、BP为半径作弧，交于点C，直线PC就是所求的垂线.

请证明此作法的正确性.

证明：联结AP、BP、AC、BC.

∵AP=BP

∴点A在线段AB的中垂线上.

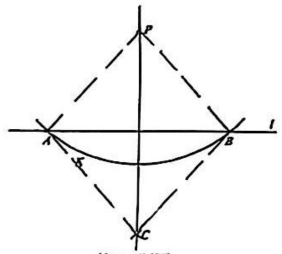
∵CA=CB

∴点C在线段AB的中垂线上

∴PC垂直平分AB

∵A、B在直线l上

∴PC⊥l



第27题图

28.（本题满分12分，第（1）题满分2分，第（2）题满分4分，第（3）题满分3分，第（4）题满分3分）

某数学学习小组成员小明、小海、欢欢和乐乐等同学继续对本卷第一部分的第25题开展了深入探究.

小明同学在反思第25题（1）的结论时发现：由题（1）可判定△ABC是等腰三角形，即$AB=AC$，进而可得$AB+BD=AC+CD$. 于是他提出了一个问题："如果我们将（1）中的条件$BD=CD$替换为$AB+BD=AC+CD$，即：点D在△ABC的边BC上，如果$AD⊥BC$，$AB+BD=AC+CD$，那么还能得到$∠B=∠C$吗？"

学习小组的成员经探究后都认为："根据新的条件，依然能得到$∠B=∠C$". 大家分别提出了自己的分析或证明思路.

（1）小海同学："如果$AB=AC$，$BD=CD$，根据等式性质，得到$AB+BD=AC+CD$. 反之，已知$AB+BD=AC+CD$，那么也会有$AB=AC$，$BD=CD$，从而可得$∠B=∠C$（等边对等角）."

你认为小海同学的推理是否正确？请说明你的理由.

答：小海的推理不正确

命题：如果AB=AC，BD=CD，那么AB+BD=AC+CD是真命题

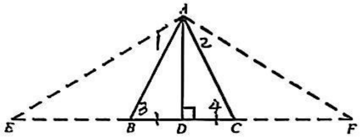
它的逆命题：如果AB+BD=AC+CD，那么AB=AC，BD=CD是假命题

如：当AB=2，BD=5，AC=[illegible]，CD=[illegible]时 AB+BD=AC+CD

但AB≠AC，BD≠CD

（2） 欢欢同学将证明思路用推理路径图的形式呈现如下，请你根据他的证明思路，将该证明过程补充完整.

证明：如图，分别延长 DB、DC 至 E、F 两点，使得 $BE=BA$，$CA=CF$，连接 AE、AF.



∵$AB+BD=AC+CD$，$BE=BA$，$CA=CF$，

∴$BE+BD=CF+CD$，

∴$DE=DF$.

∵$AD⊥BC$，

∴$∠ADE=∠ADF=90°$，

在△ADE 和△ADF 中，

（在此框内补全证明过程）

∵$\begin{cases} AD=AD \\ ∠ADE=∠ADF \\ DE=DF \end{cases}$

∴$△ADE≌△ADF$（SAS）

∴$∠E=∠F$

∵$AB=EB$

∴$∠E=∠1$

同理$∠F=∠2$

∴$∠E+∠1=∠F+∠2$

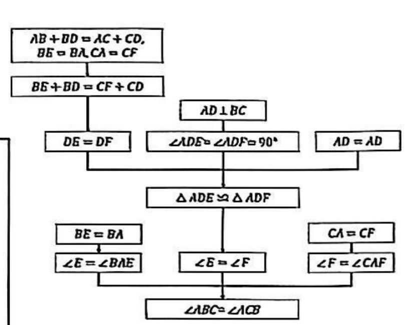
∵$∠3=∠1+∠E$

$∠4=∠F+∠2$

∴$∠3=∠4$

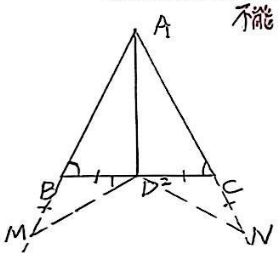
即$∠ABC=∠ACB$

本题的推理路径图



（3） 乐乐同学受到了欢欢同学证明方法的启发后，也提出了自己的想法：分别延长 AB、AC 至 M、N 两点，使得 $BM=BD$，$CN=CD$，连接 DM、DN. 应该也能证明$∠B=∠C$.

根据乐乐同学的思路，你能否用目前所掌握的知识与方法实现对问题的证明？如果能，请给出证明过程；如果不能，请写出具体哪一个步骤暂时无法证明.



不能.

∵$AB+BD=AC+DC$

$BM=BD$　$CD=CN$

∴$AB+BM=AC+CN$

∴$AM=AN$

∵$BM=BD$

∴$∠M=∠1$

同理$∠N=∠2$.

∴$∠ABC=2∠M$

$∠ACB=2∠N$.

要证 $∠ABC=∠ACB$

则要证 $∠M=∠N$

则需证 $△MAD≌△NAD$

（或 $△MBD≌△NCD$）

∵无法证明 $DM=DN$

∴无法证明全等

∴不能证明

本试卷仅用于本市各校初中数学七年级第二学期期末学业评价研究参考，不作为统一期终考试试卷使用（2025年6月）

（4）该学习小组在总结以上小明同学提出的、大家合作探究解决的数学问题时发现，由该结论可以推断：“如果三角形一边上的高恰好平分该三角形的周长，那么这个三角形是一个等腰三角形”.

由此启发，该小组继续猜想：在三角形中，如果以“一边上的高”“一边上的中段”或“一边所对角的平分线”中的一个条件，与“平分该三角形周长”或“等分该三角形的面积”中的一个加以组合（也就是形成一组须同时满足的关系），是否还能新构成一个能判定三角形是一个等腰三角形的条件？

请你任意选择一组关系作为已知条件（须与该学习小组已经探究的那组关系不相同），写出相应的命题并开展分析. 如果此组关系作为条件不能判定三角形是等腰三角形，请举出相应反例；如果能判定，请尝试给出证明（如果证明过程中涉及25题或本题已证明过的结论，这部分证明过程可以简化）.

一、①+A ✓ → 欢欢已证

二、①+B ✓ → BD=CD

三、②+A ✓ → AB=AC

四、②+B × → 只有中线条件

五、③+A ✓ → 如下证明

六、③+B ✓ → 角分线+中线 → 等腰.

倍长中线法

证方法五：已知：在△ABC中，AD平分△ABC周长，∠1=∠2

求证 ∠B=∠C

证明：作DE⊥AB于E，DF⊥AC于F

∴$∠3=∠4=90°$

∴在△ADE与△ADF中

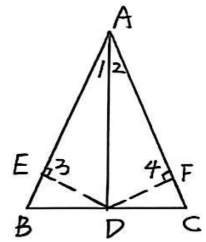
∵$\begin{cases} ∠3=∠4 \\ ∠1=∠2 \\ AD=AD \end{cases}$

∴$△ADE≌△ADF$（AAS）

∴$DE=DF$

∵$DE⊥AB$，$DF⊥AC$

∴$\dfrac{S_{△ABD}}{S_{△ACD}}=\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BD}{CD}$ 这是角平分线的一个结论



设$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BD}{CD}=k$

∴$AB=kAC$　$BD=kCD$

∵$AB+BD=AC+CD$

∴$kAC+kCD=AC+CD$

∴$k=1$

∴$AB=AC$.