

xya 八年级数学期中复习综合卷 3

班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

一、选择题

1. 下列说法中，不正确的是 (D)

- A. 0.027 的立方根是 0.3; ✓  
B. -1 的立方根是 -1; ✓  
C. 0 的立方根是 0; ✓  
D. 125 的立方根是 ±5. X

2. 化简  $\sqrt{9x^2-6x+1} - (\sqrt{3x-5})^2$ , 结果是 (D) 易发现  $3x-5 \geq 0$   
 $\sqrt{(3x-1)^2} - (3x-5) = 3x-1 - (3x-5) = 4$

- A.  $6x-6$  B.  $-6x+6$  C.  $-4$  D.  $4$

3. 已知一元二次方程  $ax^2+bx+c=0 (a \neq 0)$ , 若  $9a-3b+c=0$ , 则该方程一定有一个根为 (A)

- A.  $-3$  B.  $3$  C.  $\pm 3$  D. 不能确定

4. 已知  $a, b$  满足  $(a^2+4a+7)(b^2-6b+11)=6$ , 则  $2a+b = (B)$

- A.  $-6$  B.  $-1$  C.  $2$  D.  $3$

5. 在解一元一次方程时, 小西同学粗心地将  $x^2$  项的系数与常数项对换了, 使得方程也变了. 他正确地解出了这个不同的方程, 得到一个根是 2, 另一个根等于原方程的一个根. 则原方程两根的平方和是 (D)

- A.  $\frac{3}{2}$  B.  $\frac{2}{3}$  C.  $\frac{4}{5}$  D.  $\frac{5}{4}$

6. 已知方程  $(x-2)(x^2-4x+a)=0$  的三个互不相等的实数根可作为三角形的三边边长, 则实数  $a$  的取值范围是 (C)

- A.  $1 < a < 3$  B.  $1 < a < 4$  C.  $3 < a < 4$  D.  $2 < a < 3$

二、填空题

7. 比较大小:  $-3$   $<$   $-2\sqrt{2}$ .

8.  $\sqrt{\frac{x+1}{x^2}}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是  $x \leq 1$  且  $x \neq 0$ .

9. 若  $a < \sqrt{80} - \sqrt{20} < a+1$ , 则正整数  $a$  的值是 4.

10. 不等式  $2x - \sqrt{5}x \geq 1$  的解集是  $x \leq -2\sqrt{5}$

11. 关于  $x$  的方程  $a(x+m)^2+b=0$  的解是  $x_1=-3, x_2=2$  ( $a, b, m$  为常数,  $a \neq 0$ ), 则方程

$a(2x+m+1)^2+b=0$  的解是  $x_1=-2, x_2=\frac{1}{2}$

12. “程, 课程也, 二物者二程, 三物者三程, 皆如物数程之, 并列而行, 故谓之方程。”这是我国古代著名数学家刘徽对《九章算术》中方程一词给出的注释. 对于一些特殊的方程,

16. ①-②  $y=zh$   $\wedge x^2+y^2+z^2=(z+1)^2+(z+1)^2+z^2$   
 $=3z^2+12z+26$   
②  $\times 2$  ②  $x=z+5$   
 $=3(z^2+4z+4)+26$   
 $=3(z^2+4z+4)+26$   
原式最小值为 4

我们给出定义: 若两个方程有相同的整数解, 则称这两个方程为“相伴方程”, 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2-4x+c=0$  和一元一次方程  $2x-6=0$  为“相伴方程”, 则  $c$  的值为 3.

13. 已知关于  $x$  的方程  $(m^2-1)x^2+2(m-1)x+1=0$  有且只有一个实数解, 则  $m$  应满足条件  $m=-1$

14. 代数式  $x^2-4x-5$  的最小值是 -9

15. 已知  $(x^2+2)^2-8(x^2+1)-1=0$ , 则  $x^2+2$  的值为 7

16. 已知  $x, y, z$  为实数, 满足  $\begin{cases} x+y-2z=6 \\ x-2y+z=3 \end{cases}$  那么  $x^2+y^2+z^2$  的最小值为 14

17. 化简:  $\sqrt{5-\sqrt{21}} - \sqrt{5+\sqrt{21}} = -\sqrt{6}$

18. 如果关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2+2(2a-1)x+4(a-3)=0$  至少有一个整数解, 则满足题意的正整数  $a$  的值为 1, 3, 6, 10

三、计算题

19. 计算:  $\sqrt{27} + \sqrt{0.25} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{2-\sqrt{3}}$

同理

$\sqrt{5-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{11}+3)$

21. 计算:  $3\sqrt{\frac{1}{3a}} - (\sqrt{\frac{a}{8}} - \sqrt{75a})$

$\frac{5\sqrt{3}}{a}\sqrt{3a} - \frac{1}{2}\sqrt{3a}$

23. 解方程:  $(x+8)(x-1)=-12$

$\frac{-7 \pm \sqrt{53}}{2}$

24. 解方程:  $(x^2+2x)^2-2(x^2+2x)-3=0$

令  $m=x^2+x$  则原方程可化为  $m^2-2m-3=0$

$\therefore (m-3)(m+1)=0$

$\therefore m_1=3, m_2=-1$

$\therefore x^2+2x=3$  或  $x^2+2x=-1$

$\therefore x^2+2x-3=0$  或  $x^2+2x+1=0$

$\therefore (x+3)(x-1)=0$  或  $(x+1)^2=0$

$\therefore x_1=-3, x_2=1, x_3=x_4=-1$



CS 扫描全能王

3亿人都在用的扫描App



25. 已知  $a, b, c$  满足  $|a-2| + (4-b)^2 + \sqrt{c-8} = 0$ , 求代数  $(a-\sqrt{2})(a+\sqrt{2}) + \sqrt{25ab} - 4a\sqrt{\frac{c}{a} - \frac{1}{b}\sqrt{b^3c}}$  的值.

解:  $\because |a-2| \geq 0, (4-b)^2 \geq 0, \sqrt{c-8} \geq 0$  原式  $= a^2 - 2 + 5\sqrt{ab} - 4\sqrt{ac} - \sqrt{\frac{c}{a} - \frac{1}{b}\sqrt{b^3c}}$   
 $\therefore |a-2| + (4-b)^2 + \sqrt{c-8} = 0$   
 $\therefore \begin{cases} a-2=0 \\ (4-b)^2=0 \\ \sqrt{c-8}=0 \end{cases}$   
 $\therefore \begin{cases} a=2 \\ b=4 \\ c=8 \end{cases}$

26. 高空抛物是一种不文明的危险行为, 据研究, 从高处坠落的物品, 其下落的时间  $t$  (s) 和高度  $h$  (m) 近似满足公式  $t = \sqrt{\frac{h}{5}}$  (不考虑阻力的影响).

(1) 求物体从 60m 的高空落到地面的时间;

当  $h=60m$  时  
 $t = \sqrt{\frac{60}{5}} = 2\sqrt{3} s$

(2) 小延说物体从 120m 的高空落到地面的时间是 (1) 中所求时间的 2 倍, 他的说法正确吗? 请说明理由:

当  $h=120m$  时  
 $t = \sqrt{\frac{120}{5}} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} s$   
 $\because 2\sqrt{6} \neq 2 \times 2\sqrt{3} \therefore$  说法不对.

(3) 已知从高空坠落的物体所带能量 (单位: J)  $= 10 \times$  物体质量 (kg)  $\times$  高度 (m), 某质量为 0.06kg 的鸡蛋经过 5s 落在地上, 这个鸡蛋在下落过程中所带能量有多大? 你能得到什么启示? (注: 杀伤无防护人体只需要 65 的能量)

当  $t=5s$  时  
 $5 = \sqrt{\frac{h}{5}}$   
 $\therefore h=125$   
 能量  $= 10 \times 0.06 \times 125 = 0.6 \times 125 = 75$   
 $\because 75 > 65 \therefore$  有杀伤无防护, 不能高空坠物.

27. 任意一个无理数介于两个整数之间, 我们定义, 若无理数  $T: m < T < n$ , (其中  $m$  为满足不等式的最大整数,  $n$  为满足不等式的最小整数), 则称无理数  $T$  的“行知区间”为  $(m, n)$ , 如  $1 < \sqrt{2} < 2$ , 所以  $\sqrt{2}$  的行知区间为  $(1, 2)$ .

(1) 无理数  $\sqrt{29}$  的“行知区间”是  $(5, 6)$ .

(2) 若  $a = \sqrt{b-3} + \sqrt{3-b} - \sqrt{7}$ , 求  $a$  的“行知区间”.

$\because b-3 \geq 0$   
 $3-b \geq 0$   
 $\therefore b \geq 3$   
 $3 \geq b$   
 $\therefore b=3$   
 $\therefore a = -\sqrt{7}$   
 $\therefore -3 < -\sqrt{7} < -2$   
 $\therefore -\sqrt{7}$  的“行知区间”为  $(-3, -2)$

(3) 实数  $x, y, n$  满足  $\sqrt{2x+3y-n} + \sqrt{3x+4y-2n} = \sqrt{x+y-4} + \sqrt{41-x-y}$ , 求  $n$  的算术平方根的“行知区间”.

解:  $\because \begin{cases} x+y-4 \geq 0 \\ 41-x-y \geq 0 \end{cases}$   
 $\therefore \begin{cases} x+y \geq 4 \\ x+y \leq 41 \end{cases}$   
 $\therefore x+y=4$   
 $\therefore 2x+2y=8$   
 $3x+3y=14$   
 $\therefore \begin{cases} y-n+8 \geq 0 \\ y-2n+13 \geq 0 \end{cases}$   
 $\therefore \begin{cases} y-n+8=0 \\ y-2n+13=0 \end{cases}$   
 $\therefore n=4$   
 $\therefore \sqrt{36} < \sqrt{41} < \sqrt{49}$   
 $\therefore 6 < \sqrt{41} < 7$   
 $\therefore$  行知区间为  $(6, 7)$

28. 我们定义, 两根都为整数的一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ,  $a, b, c$  均为整数) 称为“幸运方程”, 两整数根称为“幸运根”, 代数式  $\frac{4ac-b^2}{4a}$  的值为该“幸运方程”的“幸运数”, 用  $F(a, b, c)$  表示, 即  $F(a, b, c) = \frac{4ac-b^2}{4a}$ .

(1) 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2-(m+1)x+m=0$  是一个“幸运方程”.

① 当  $m=2$  时, 该幸运方程的“幸运数”是  $-\frac{1}{4}$ .

② 若该幸运方程的“幸运数”是  $-1$ , 则  $m$  的值为  $-1$  或  $3$ .

(2) 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2-(2m-1)x+m^2-2m-3=0$  ( $m$  为整数, 且  $4 < m < 15$ ) 是“幸运方程”, 求  $m$  的值及该方程的“幸运数”.

(1) 由①得  $(x-m)(x-1)=0$   
 $\therefore x_1=m, x_2=1$   
 ① 当  $m=2$   
 $x_1=2, x_2=1$   
 方程为  $x^2-3x+2=0$   
 $\frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{8-9}{4} = -\frac{1}{4}$   
 ③  $\frac{4m-(m+1)^2}{4} = -1$   
 $m^2-2m-3=0$   
 $(m-3)(m+1)=0$   
 $\therefore m_1=3, m_2=-1$   
 (2)  $x^2-(2m-1)x+m^2-2m-3=0$   
 $\Delta = (2m-1)^2 - 4(m^2-2m-3)$   
 $= 4m^2-4m+1-4m^2+8m+12$   
 $= 4m+13$   
 $\therefore$  根为整数  
 $\therefore \Delta$  是完全平方数.  
 又  $m$  为整数, 且  $4 < m < 15$   
 $\therefore m=9$   
 $\therefore x^2-17x+60=0$   
 $\therefore$  幸运数  $= \frac{4 \times 60 - 17^2}{4} = -\frac{49}{4}$

