

八年级第一学期数学期中复习卷 5

班级_____姓名_____学号_____

一、选择题

1. 如果 $a = 2 + \sqrt{3}$, $b = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$, 那么 a 、 b 的关系是 (B)

A. $ab = -1$ B. $a = b$ C. $a + b = 0$ D. $ab = 1$

2. 化简 $\frac{\sqrt{-a^3}}{a}$ ($a < 0$) 得 (C)

A. $\sqrt{-a}$ B. $-\sqrt{a}$ C. $-\sqrt{-a}$ D. \sqrt{a}

3. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-3)x^2 - 3x + m^2 = 9$ 的常数项为 0, 则 m 的值为 (C)

A. 3 B. 0 C. -3 D. ± 3

二、填空题

4. 某商场三月份的销售额是 100 万元, 计划五月份销售额达到 121 万元, 若每个月的增长率都是 x , 则可以列方程是 (2)

5. 一个三角形的两边长分别为 3 和 5, 其第三边是方程 $x^2 - 13x + 40 = 0$ 的根,

则此三角形的周长为 13

6. 已知 $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 - 6) = 7$, 那么 $a^2 + b^2 = 7$

7. 已知 $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$, 那么 $x\sqrt{\frac{y}{x}} + y\sqrt{\frac{x}{y}}$ 的值是 2

8. 如果一元二次方程的两根相差 1, 那么该方程称为“差 1 方程”. 例如 $x^2 + x = 0$ 是“差 1 方程”.

已知关于 x 的方程 $x^2 - (m-1)x - m = 0$ (m 是常数) 是“差 1 方程”, 则 m 的值为 0 或 -2

三、简答题

9. 解方程: $(x-3)^2 + 2(x-3) - 24 = 0$.

$x_1 = -3$ $x_2 = 7$

10. 解方程: $y - \frac{y^2 - 1}{2} = -\frac{1}{2}$.

$y = 1 \pm \sqrt{3}$

11. 已知 $x = \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$, 求代数式 $\frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{x^2 + 5x + 6}$ 的值.

$x = \sqrt{5} - 2$

原式 = $\frac{1 \times 21}{(x+2)(x+3)}$

$\therefore x+2 = \sqrt{5}$

$\therefore x+2 = \sqrt{5}$

原式 = $\frac{1}{x+3} = \frac{1}{\sqrt{5}-2+3} = \frac{1}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

12. 定义: 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 满足 $a - b + c = 0$,

那么我们称这个方程为“黄金方程”.

(1) 判断一元二次方程 $5x^2 + 11x + 6 = 0$ 是否为“黄金方程”, 并说明理由;

(2) 已知 $x^2 - mx + n = 0$ 是关于 x 的“黄金方程”, 若 m 是此方程的一个根, 求 m , n 的值.

解: 当 $x = -1$ 时

$5 - 11 + 6 = 0$

\therefore 此方程是黄金方程.

(2) \because ② 为黄金方程

$\therefore x = -1$ 是②的根

$\therefore 1 + m + n = 0$

$\therefore m + n = -1$

把 $x = m$ 代入②

$m^2 - m^2 + n = 0$

$\therefore n = 0$

$\therefore m = -1$

$\therefore m$ 为 -1, n 为 0.

13. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$.

(1) 试说明: 无论 m 取何值, 方程总有两个不相等的实数根;

(2) 若方程有一个根为 3, 求 $2m^2 + 12m + 2038$ 的值.

解: (1) $\Delta = 4m^2 - 4(m^2 - 2)$
 $= 8 > 0$

(2) 把 $x = 3$ 代入①得
 $m^2 + 6m - 7$

$2m^2 + 12m + 2038 = 2 \times (m^2 + 6m) + 2038$
 $= 2 \times (-7) + 2038 = 2024$

\therefore 无论 m 取何值, 方程总有两个不相等的实数根.

14. 面对一些二次根式, 其实可以用因式分解中的分组分解法来解决问题:

$1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} = 1 \times 1 + 1 \times \sqrt{2} + 1 \times \sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{3} = (1 + \sqrt{2})(1 + \sqrt{3})$.

则 $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{(1 + \sqrt{2})(1 + \sqrt{3})} = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$.

利用这种思想, 解决下列问题:

(1) 化简: $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{6} + \sqrt{10} + 3 + \sqrt{15}}$; (2) 化简: $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{14} - \sqrt{15} - \sqrt{21}}{\sqrt{10} + \sqrt{14} + \sqrt{15} + \sqrt{21}}$;

(3) 化简: $\frac{\sqrt{11} + 5\sqrt{7} + 4\sqrt{6}}{7 + \sqrt{77} + \sqrt{66} + \sqrt{42}}$.

(1) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{6} + \sqrt{10} + 3 + \sqrt{15}}$
 $= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) + \sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{5})}$
 $= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{5})}$
 $= \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$
 $= \sqrt{3} - \sqrt{2}$

(2) 原式 = $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{14} - \sqrt{15} - \sqrt{21}}{\sqrt{10} + \sqrt{14} + \sqrt{15} + \sqrt{21}}$
 $= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{7}) - \sqrt{3}(\sqrt{5} + \sqrt{7})}{\sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{7}) + \sqrt{3}(\sqrt{5} + \sqrt{7})}$
 $= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{7})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{7})}$
 $= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$
 $= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}{1}$
 $= 2\sqrt{6} - 5$

(3) $\frac{\sqrt{11} + 5\sqrt{7} + 4\sqrt{6}}{7 + \sqrt{77} + \sqrt{66} + \sqrt{42}}$
 $= \frac{(\sqrt{11} + \sqrt{7}) + 4(\sqrt{7} + \sqrt{6})}{(\sqrt{11} + \sqrt{7}) + (\sqrt{6} + \sqrt{7})}$
 $= \frac{(\sqrt{11} + \sqrt{7}) + 4(\sqrt{7} + \sqrt{6})}{(\sqrt{11} + \sqrt{7}) + (\sqrt{6} + \sqrt{7})}$
 $= \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} + \frac{4}{\sqrt{11} + \sqrt{7}}$
 $= \sqrt{7} - \sqrt{6} + \sqrt{11} - \sqrt{7}$
 $= \sqrt{11} - \sqrt{6}$



CS 扫描全能王

3亿人都在用的扫描App