

2025 学年第一学期期中考试八年级数学试卷

(考试时间: 90 分钟 满分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 共 12 分, 每题只有一个正确选项)

1. 下列选项中, 两个数都是无理数的是 (A)

(A) $\frac{\pi}{3}, \sqrt{9}$;

(B) $\frac{\pi}{3}, 0.101001$;

(C) $\sqrt{3}, \sqrt[3]{16}$;

(D) $\frac{22}{7}, \sqrt[3]{(-2)^2}$.

2. 已知 m 为正整数, 如果 \sqrt{m} 与 $\sqrt{48}$ 是同类二次根式, 那么 m 的最小值是 (B)

(A) 2;

(B) 3;

(C) 6;

(D) 8.

3. 下列各式中, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 的有理化因式是 (D)

(A) $\sqrt{a+b}$;

(B) $\sqrt{a-b}$;

(C) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$;

(D) $\sqrt{a} - \sqrt{b}$.

4. 大自然是美的设计师, 即使是一片小小的树叶, 也蕴含着“美”. 如图, $\frac{BC}{AB}$ 的值接近 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 则下列不等式中正确的是 (A)

(A) $0 < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < \frac{2}{5}$;

(B) $\frac{2}{5} < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < \frac{1}{2}$;

(C) $\frac{1}{2} < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < 1$;

(D) $1 < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < 2$.



5. 当 $0 < a < 1$ 时, 化简 $\sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} - \frac{1}{a} =$ (A)

(A) $-a$;

(B) a ;

(C) $\frac{2}{a} - a$;

(D) $a - \frac{2}{a}$.

6. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + mx + n = 0$, 下列说法: ①若 $m - 2n = 1$, 则方程一定有两个不相等的实数根; ②若 $m^2 - 2n < 0$, 则方程没有实数根; ③若 n 是方程 $x^2 + mx + n = 0$ 的一个根, 则 $m + n = -1$; ④若 $x = t$ ($t \neq 0$) 是方程 $x^2 + mx + n = 0$ 的一个根, 则 $x = -\frac{1}{t}$ 是方程 $mx^2 - mx + 1 = 0$ 的一个根. 正确的是 (A)

(A) ①②;

(B) ②③;

(C) ③④;

(D) ①④.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分)

7. 36 的平方根是 ± 6

8. 写出一个一元二次方程, 并且这个一元二次方程其中有一个根是 $\sqrt{5}$: $x^2 - 5 = 0$

9. 如果代数式 $\frac{\sqrt{x+3}}{x-1}$ 在实数范围内有意义, 那么 x 的取值范围是 $x \geq -3$ 且 $x \neq 1$

10. 我们知道, 一元二次方程的解法有因式分解法、配方法、公式法. 在各类方法中, 配方法思路硬核, 逻辑清晰, 是公式法的引线. 请把方程 $x^2 + 4x - 5 = 0$

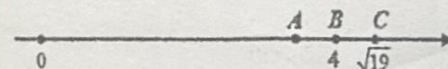
配方成 $(x+m)^2 = n$ 的形式: $(x+2)^2 = 9$

11. 不等式 $\sqrt{2}x - 2 < \sqrt{3}x$ 的解集是 $x > -2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$

12. 已知 $\sqrt{5.217} \approx 2.284$, $\sqrt{521.7} \approx 22.84$, 那么 $-\sqrt{52170} \approx -228.4$

13. 半导体制造领域, 晶体管栅极宽度是一个至关重要的参数, 它不仅影响着晶体管的性能, 也是衡量制造工艺先进性的关键指标. 某品牌手机自主研发了新型号芯片, 其晶体管栅极的宽度 14 纳米. 已知 1 米 = 10^9 纳米, 那么这个晶体管栅极的宽度是 1.4×10^{-8} 米 (用科学记数法表示). $1 \text{ 纳米} = 10^{-9} \text{ 米}$

14. 如图, 点 B, C 在数轴上表示的数分别是 4, $\sqrt{19}$, 若点 C 关于点 B 的对称点为 A , 则数轴上点 A 表示的数是 $8 - \sqrt{19}$



15. 如果关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - (2k+1)x + k = 0$ 有两个实数根, 那么 k 的取值范围是 $k \geq -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$

16. 已知 $a+b=-8$, $ab=1$, 那么 $\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{b}}$ 的值为 8 . $\frac{\sqrt{ab}}{a} + \frac{\sqrt{ab}}{b} = \frac{a+b}{-ab} = 8$; $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$

17. 定义: 对于三个正整数, 如果其中任意两个数乘积的算术平方根都是整数, 则称这三个数为“LN 数”, 这三个算术平方根中最小的整数称为“最小算术平方根”,

最大的整数称为“最大算术平方根”, 例: 1, 4, 9 这三个数, $\sqrt{1 \times 4} = 2$,

$\sqrt{1 \times 9} = 3$, $\sqrt{4 \times 9} = 6$, 其结果分别为 2, 3, 6, 都是整数, 所以 1, 4, 9 三个数

称为一个“LN 数”组, 其中最小算术平方根是 2, 最大算术平方根是 6. 已知 $m, 9, 25$ 三个数是“LN 数”, 且最大算术平方根是最小算术平方根的 3 倍, 则 m 的值为 81 . $\text{平方是 } 9 \text{ 倍}$

$9 \times 9m = 9 \times 25$ ② $9m = 25$

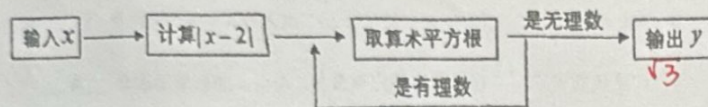
$m = \frac{25}{9} \times 9 = 25$ ③ $9m = 25$

$9 \times 25 \times 9 = 25m$ $m = 81$

$\frac{n}{t^2} + \frac{m}{t} + 1 = 0$



18. 如图是一个数值转换器 ($|x| < 10$), 其工作原理如图所示.



若输出的 y 值是 $\sqrt{3}$, 则负整数 x 的值为 $-1, -7$

三、解答题 (本大题共 10 题, 19-24 每题 5 分, 25-27 每题 8 分, 28 题 10 分, 共 64 分)

19. 用公式法解方程: $2x^2 - 4x - 1 = 0$.

20. 解方程: $3(x-2)^2 = x^2 - 4$.

21. 用配方法解方程: $2x^2 - 3x - \frac{1}{2} = 0$.

$x = \frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{5}}{4}$

22. 计算: $\sqrt{12} + \sqrt{0.5} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$.

$2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}$

23. 计算: $3\sqrt{\frac{1}{3a}} - \left(\sqrt{\frac{a}{8}} - \sqrt{75a}\right) (a > 0)$.

$\frac{1+5a}{2}\sqrt{3a} - \frac{\sqrt{2a}}{4}$

24. 计算: $2\sqrt{\frac{2}{3m}} + \frac{1}{6}\sqrt{6m} \cdot \sqrt{8m}$.

$8\sqrt{2m}$

25. 已知实数 a, b 使等式 $(\sqrt{2a-1})^2 + |b-2| = 0$ 成立, 请化简代数式

$a = \frac{1}{2}, b = 2$

$\frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{b}}{\sqrt{ab}-b} + 1 + \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{b}}{a+\sqrt{a}}$, 并求代数式的值.

26. 已知某正数的两个不同的平方根分别是 $a+3$ 和 $2a-15$, $3a+b-1$ 的立方根等于本身, 且 $3a+b-1 > 0$, $5-\sqrt{6}$ 的整数部分为 c , 求 $a-2b-3c$ 的算术平方根.

$c = 2$

27. 数学活动课上, 数学兴趣小组的几名同学探究用 n 个面积为 $1(\text{dm}^2)$ 的小正方形纸片剪拼成一个面积为 $n(\text{dm}^2)$ 的大正方形.

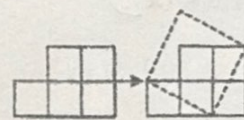
【问题发现】(1) 如图①, 由五个小正方形组成的图形纸, 小明把它剪开, 拼成一个正方形, 这个正方形的面积为 5 dm^2 , 边长为 $\sqrt{5}$ dm .

【知识迁移】(2) 如图②, 小刚受小明的启发, 把由十个小正方形组成的图形纸剪开, 并拼成大正方形 $A_1B_1C_1D_1$, 请仿照上题用虚线在图②中画出拼成的正方形.

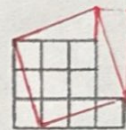
这个正方形边长为 $\sqrt{10}$ dm .

【拓展延伸】(3) 欢欢为了完成某手工制作, 需要在 (2) 中的正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 纸片 (已无缝隙粘拼) 中, 沿着平行于边的方向, 裁出一块面积为 4.86dm^2 的长方形

纸片, 使它的长宽之比为 $3:2$, 且要求长方形的四周至少留出 0.3dm 的边框, 且不能拼接, 欢欢认为一定能用这个正方形纸片裁出符合要求的长方形纸片, 你认为欢欢的想法对吗? 为什么?



图①



图②

$6x^2 = 4.86$

$x^2 = 0.81$

$x = 0.9$

$3x = 2.7, 2.7 + 0.6 = 3.3$

$2x = 1.8, 1.8 + 0.6 = 2.4$

$3.3^2 \approx 10.89 > 10$

\therefore 裁不出

28. 阅读材料:

数学中有些问题看起来复杂, 但如果我们仔细分析代数式的结构, 寻找其中隐藏的规律或联系, 就能找到解决问题的钥匙.

常用的思路有:

1. 代数式的变形: 比如, 一个分式的分母如果含有根号, 我们可以通过“分母有理化”的方法, 使其变得更容易计算;

2. 整体的视角: 有时我们不需要分别求出每一个部分的值, 而是将它们看作一个整体, 通过观察它们之间的相互关系, 从而找到解决问题的方法.

请运用以上思路进行思考并解答以下各题: (1) $a = \sqrt{5} + 2$, \therefore 原式 $= 3 - 1 = 2$

(1) 已知 $a = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$, 求 $3a^2 - 12a - 1$ 的值; $(a-2)^2 = 5$

$a^2 - 4a = 1$

(2) 计算: $\frac{2}{3+\sqrt{3}} + \frac{2}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} + \frac{2}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}} + \dots + \frac{2}{99\sqrt{97}+97\sqrt{99}}$

(3) 设实数 x, y 满足 $(x+\sqrt{x^2+2025})(y+\sqrt{y^2+2025}) = 2025$, 求 $x+y+2025$

的值.

(2) $\frac{(2n+1)\sqrt{2n+1} + (2n-1)\sqrt{2n-1}}{2} = \frac{(\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n-1})(\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n-1})}{2(\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1})} = \frac{1}{\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n-1}}} = \sqrt{2n+1} + \sqrt{2n-1}$

(3) $x + \sqrt{x^2+2025} = \sqrt{y^2+2025} - y$

$x+y = \sqrt{y^2+2025} - \sqrt{x^2+2025}$

$y + \sqrt{y^2+2025} = \sqrt{x^2+2025} - x$

$x+y = \sqrt{x^2+2025} - \sqrt{y^2+2025}$

$\therefore x+y=0$

\therefore 原式 $= 2025$

