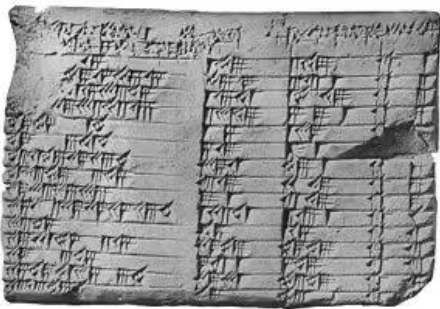


数学开放性作业：《探寻古巴比伦泥板上的勾股密码》

从古巴比伦泥板 “*Plimpton322*” 出发，探索勾股数的奥秘，感受古代文明的数学智慧。考古研究表明，很多古文明对勾股数组都有过深入的研究.其中，古巴比伦人被认为大约早在公元前1800年左右就留下过研究成果，证据就是现收藏于美国一所大学图书馆（博物馆）的编号为 “*Plimpton322*” 的一块古巴比伦泥板（如图)上留下的数字.



由于该泥板的部分已经断裂缺失，只剩下了两列数表(表1)，为此有些人质疑:能否只凭这些数字就判断古巴比伦人已认识到了直角三角形三边关系这一人类数学史上极为重要的结论呢？

作业任务：

任务1：泥板数字解谜（基础必做）

1.表格中给出的两列数分别为直角边*a*和斜边*c*，请根据勾股定理*a*² + *b*² = *c*²，计算出缺失的直角边*b*，并完成整个表格的填写。

表 1

	119	169	
	3367	4825	
	4601	6649	
	12709	18541	
	65	97	
	319	481	
	2291	3541	
	799	1249	
	481	769	
	4961	8161	
	45	75	
	1679	2929	
	161	289	
	1771	3229	
	56	106	

2.完成后,观察你计算出的所有 b 值,思考:这些数字是否都为正整数?这能说明什么?

任务2: 规律探寻与猜想(进阶挑战)

1.仔细观察表格中完整的勾股数(a, b, c),尝试寻找它们的内在规律。

例如:斜边 c 与其中一条直角边的差值有什么特点?

这组勾股数是本原勾股数(即 a, b, c 的最大公约数为1)吗?

2.请你根据发现的规律,尝试构造2组新的勾股数,并验证其正确性。

任务3: 历史思辨与表达(开放探究)

有人质疑:“仅凭这块断裂泥板上的数字,就能断定古巴比伦人掌握了勾股定理吗?”你支持这个观点吗?

很多古代数学家研究过勾股数组的构造方法,例如古希腊数学家毕达哥拉斯设计的构造方法:“任取正整数 $m > n$,令 $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$, $c = m^2 + n^2$,此时的正整数 a, b, c 即为一组勾股数。”就是我们曾在课本中学到过的。科学家通过对这块泥板的深入研究后发现,古巴比伦人有不同的构造方法:他们会取一个大于1的正有理数 p ,分别计算出 $\frac{1}{2}\left(p - \frac{1}{p}\right)$ 和 $\frac{1}{2}\left(p + \frac{1}{p}\right)$,由这两个分数的分母和分子形成的三个数就是一组勾股数。

1.请结合你的计算结果和查阅的资料,证明古巴比伦人构造勾股数组的方法是科学的,并验证该方法与毕达哥拉斯的构造方法有着“异曲同工”的关联。阐述你的理由。

2.查阅资料,了解除了古巴比伦,还有哪些古代文明也对勾股数有深入研究,并整理成一份数学史小卡片。

成果展示要求:“勾股数”数学史小卡片手绘。